

文章编号: 1000-8055(2009)01-0025-07

# 大涡模拟超声速两相流混合层的非线性分析

吴海燕, 陶玉静, 王 昱, 周 进  
(国防科技大学 航天与材料工程学院, 长沙 410073)

**摘 要:** 为研究超声速两相流混合机理, 采用大涡模拟(LES)方法数值仿真了超声速混合层内液滴两相流场结构. 用二维盒式滤波法处理可压缩气相 N-S 方程, 得到亚格子形式的 LES 控制方程; 用轨道模型仿真液滴运动, 并用单液滴蒸发模型模拟液滴蒸发过程. 利用伪邻近法和互信息量法确定了相空间重构的嵌入维数和时间延迟, 对混合层压力时间序列进行了相空间重构. 分析了仿真结果中混合层的涡结构特性和液滴对流场的反作用效果, 并讨论了混合层失稳过程的非线性特征. 发现混合层发展的不同阶段与其系统的非线性特征值密切相关.

**关 键 词:** 大涡模拟; 两相流; 混合层; 非线性

中图分类号: V430

文献标识码: A

## Nonlinear analysis of large eddy simulated supersonic two-phase mixing layer

WU Haiyan, TAO Yujing, WANG Yu, ZHOU Jin

(College of Aerospace and Material Engineering,  
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The two-phase compressible mixing layer with droplets was calculated by large eddy simulation (LES) for studying the mixing law of supersonic two-phase flow. To get the sub-grid LES equations, the compressible N-S equations of gaseous phase were filtered by two-dimensional box-filter function. The droplets phase was simulated by track model, and the evaporation equations of single droplet model were employed to simulate the evaporating course. The phase space for the time series of mixing layer pressure was reconstructed by determining the embedding dimension and time delay of the phase space reconstruction, with the method of false neighbors and mutual information. The characteristic of eddy and droplets evaporation in mixing layer were analyzed, and moreover, the nonlinear characteristic of mixing layer instability was discussed. The results show that the different development stages of mixing layer is closely related with its nonlinear eigenvalue.

**Key words:** large eddy simulation; two-phase flow; mixing layer; nonlinear

湍流是流体力学的经典难题, 湍流的研究是制约流体力学发展的关键技术之一. 数值模拟是湍流研究和预测的主要手段之一, 直接求解 N-S 方程模拟湍流的直接数值模拟(DNS)计算量约正比于  $Re^{3[1]}$ ; 而目前工程上常用的基于统计平

均的 Reynolds 平均 N-S 方程湍流模型(RANS)又无法真实模拟湍流; 大涡模拟(LES)是以上两种方法的综合, 它采用非稳态的 N-S 方程直接模拟大尺度涡, 然后用模型模拟小尺度涡对大尺度涡的影响<sup>[2-3]</sup>. 大涡模拟解决了因计算条件限制给

收稿日期: 2007-12-08; 修订日期: 2008-03-04

作者简介: 吴海燕(1980-), 女, 湖北武汉人, 博士生, 研究方向为高超声速推进. E-mail: why800103@yahoo.com.cn

湍流模拟带来的困难,同时有效的揭示了湍流流动的基本规律.

湍流两相流动普遍存在于自然界和工业生产中,是流体力学研究的新热点,特别是带液滴蒸发的两相流场仿真,在交通、能源、航空、航天等领域受到广泛关注.混合层是最简单也最具有代表性的自由剪切层,通过对混合层的研究可以揭示很多流动与混合的机理性问题.

混合层的失稳和转捩过程是从线性发展到非线性运动直至混沌状态的过程,超声速可压缩湍流的特点是强非线性、多变量耦合,直接分析 N-S 流动控制方程存在一定困难.由于分析非线性系统性能不一定要完全了解系统的各个细节,而只要求得系统关键参数就可以洞悉系统特性,因此本文利用时间序列的相空间重构方法,还原流场信息并求得反映流场特征的关键参数.

本文中流场计算程序用 Fortran 编写,非线性分析程序用 Matlab 编写.

## 1 控制方程和数值方法

### 1.1 气相控制方程

亚格子模式的大涡模拟方法选择滤波宽度等于计算网格的宽度对流场的脉动进行过滤,保留大涡分离小涡.对大涡进行直接数值求解,对小涡通则过模型求解.这里直接引用文献[4-5]得到的 LES 气相无量纲控制方程

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{p} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\bar{p} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{p} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial (\bar{\tau}_{ij} + \tilde{\tau}_{ij})}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\bar{p} \tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{p} \tilde{E} + P) \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial [\tilde{u}_j (\bar{\tau}_{ij} + \tilde{\tau}_{ij})]}{\partial x_j} + \frac{1}{Re(\gamma - 1)M_\infty^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{Pr} + \frac{\mu_t^{gs}}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

以上式中各物理量的含义与取值与文献[4]一致.本文忽略 SGS 的亚格子模型中的  $C_t$  项,并将常数  $C_s$  取为 0.10.

### 1.2 液滴相控制方程

假设液滴密度远远大于气流密度,且液滴离散项是稀疏相.采用 Euler-Lagrange 计算模型,在 Euler 坐标系下计算气相流场的物理量,而液滴运动、蒸发的计算则采用 Lagrange 坐标系.对液滴在流场中的运动采用轨道模型

$$\frac{d(m_p V_p)}{dt} = \frac{\pi d_p^2}{8} C_d \rho |V - V_p| (V - V_p) + F \quad (4)$$

其中  $V$ ,  $V_p$  分别表示流体及液滴的运动速度,  $C_d$  为液滴阻力系数,  $F$  为外力场,如电磁场、重力场等,本文的计算中没有考虑外力场的作用.在下文的公式中角标  $p$  表示液滴的物理量.

假设液滴为均匀球形,其阻力系数公式为<sup>[6]</sup>

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$$

液滴蒸发过程中,其质量、直径的变化由下列方程组确定

$$\begin{cases} \dot{m} = \pi d_p Nu \ln(1+B) \frac{\lambda}{c_p} \\ m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = \pi d_p Nu \lambda (T - T_p) \frac{\ln(1+B)}{B} - \dot{m} q_e \\ \frac{d(d_p^2)}{dt} = -4 Nu \ln(1+B) \frac{\lambda}{c_p \rho_p} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $B = \frac{c_p(T_\infty - T_w)}{q_e}$

### 1.3 液滴对气相的反作用

考虑液滴对流体反作用对气相流体的影响时,在气相方程组右端添加源项  $H$ .

$$H = (-M_p, -F_p, -Q_p)^T$$

$H$  中各项分别代表网格单元内液滴对流体引入的质量、作用力和传热

$$M_p = \frac{\pi \rho_p}{6 V_{ik}} \sum [-d_p^3] \quad (6)$$

$$F_p =$$

$$\frac{\pi}{6 V_{ik}} \sum [-d_p^3 \phi + d_p^3 \rho_p \frac{\mu}{St} (V_f - V_p)] \quad (7)$$

$$Q_p = \frac{\pi}{V_{ik}} \frac{k'}{Re_f \infty} \sum [Nu_p d_p (T_f - T_p)] \quad (8)$$

其中  $V_{ik} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ .

液滴对流场的反作用涉及的因素很多,往往需要实验的帮助并存在相当大的经验性.本文仅考虑了最简单的情况,并忽略了液滴间的碰撞与归并.

### 1.4 数值方法

本文仿照著名的 Goebe†Dutton 混合层实验<sup>[7]</sup>,如图1上下两个入口气流有不同的速度和温度,由接触面上温度和速度梯度形成混合层.乙醇液滴自混合层前端均匀放入,入口处液滴直径分布均为  $5 \times 10^{-5}$  m.计算域为  $48 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$  的矩形区域,网格节点数为  $601 \times 197$ ,如图2,且在入口处和混合层分布区域进行网格加密.由于大涡模拟的误差强烈依赖于数值离散格式的选

择, 本文选用五阶精度的 WENO 格式对控制方程的无粘项进行离散。

对于流动边界的壁面采用无滑移绝热条件; 对于出口用超声速出口条件, 流动物理量进行二阶外推。对应于五阶 WENO 格式, 壁面附近的第一、二层网格物理量补充值采用镜像法处理, 镜像点的速度值与对应点的横向速度值相反, 其它物理量对应相等。滑移面条件也采用镜像法, 镜像点流向速度与对应点相同。入口、出口的一、二层网格物理量补充值均采用一阶外推。

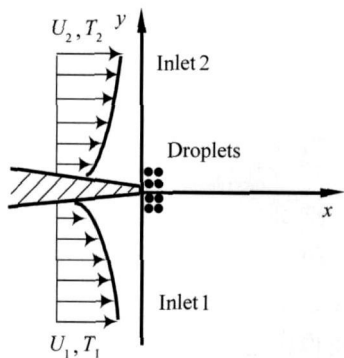


图 1 计算域入口条件示意图

Fig. 1 Sketch of the inlet condition

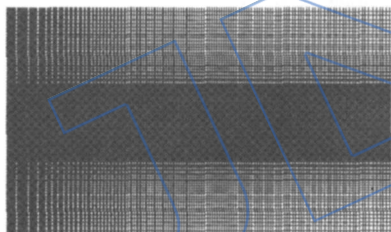


图 2 计算网格示意图

Fig. 2 Sketch of grid

## 2 相空间重构方法

虽然流场是由确定的 N-S 方程有限差分求解得到, 但由于 N-S 方程多变量强耦合的复杂性, 目前还没有可靠的动力学简化模型。因此本文利用计算得到的混合层不同点压力时间序列对流场系统进行相空间重构, 从而获得表征流场特性的非线性特征量。

最常用的相空间重构方法是时间延迟法, 该方法的关键在于时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的确定。时间延迟选择过小, 任意两个相邻延迟坐标  $x(i)$  和  $x(i+1)$  在数值上非常接近, 因而不能作为两个独立的坐标, 而且将导致信息的冗余。而延迟时间选择过大时, 任意两个相邻坐标毫不相关,

不能反映系统的整体信息; 嵌入维数过小, 重构的相空间不能反映原系统的动力学特性。而嵌入维数过大, 不仅增加不必要的计算量, 而且多余的相空间维数会放大原时间序列的噪声。因此, 只有选择合适的时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$ , 才能使重构的相空间保持时间序列所蕴含的原动力系统信息。

### 2.1 伪邻近法确定相空间嵌入维数

伪邻近法简称 FNN 法, 认为相空间重构是将原系统空间向嵌入空间(重构空间)投影, 若嵌入维数过小则轨迹的投影会产生很多伪邻近点。随着嵌入维数的增大伪邻近点数会减小, 当伪邻近点数为 0 时, 则认为重构空间与原空间有相同的维数<sup>[8]</sup>。

首先需要判断邻近点的对错以确定伪邻近点所占百分数。设实际测量的时间间隔(步长)为  $\tau$ , 第  $k$  点的时间为  $t = k\tau$ , 则连续的时间序列  $s(t)$  便由离散序列  $s(k)$  表示。在重构相空间中, 状态矢量表为

$$y(k) = [s(k), s(k+n), \dots, s(k+(m-1)n)] \quad (9)$$

式中  $n = \tau/\tau_s$ ,  $\tau_s$  是延迟量。设  $y^{NN}(k)$  是  $y(k)$  的一个最邻近点

$$y^{NN}(k) = [s^{NN}(k), s^{NN}(k+n), \dots, s^{NN}(k+(m-1)n)] \quad (10)$$

$R_m(k)$  表示这两点间的距离为, 则

$$R_m^2(k) = \|y(k) - y^{NN}(k)\|^2 = \sum_{i=1}^m [s(k+(i-1)n) - s^{NN}(k+(i-1)n)]^2 \quad (11)$$

如果两邻近点距离不随维数  $m$  增大而变化, 即  $R_{m+1}(k) = R_m(k)$ , 则邻近点是真实的而不是伪的; 反之, 如果维数  $m$  增加 1 使两邻近点的距离变大了, 即  $R_{m+1}(k) > R_m(k)$ , 则此邻近点便不是真实的而是伪的。因此伪邻近点的判据也可写为

$$f_m(k) = \frac{|s(k+mn) - s^{NN}(k+mn)|}{R_m(k)} \geq 15\%$$

由上述判据确定了邻近点是伪的还是真实的之后, 便可算出伪邻近点所占百分数随  $m$  增加而变化的情况。对于大多数系统来说,  $m=1$  时, 此百分数等于 100%。然后它随  $m$  增加而下降。当  $m$  等于某一值时降至 0, 以后维持等于 0 不变。此转折处的  $m$  值就是嵌入维数  $d_e$ 。

### 2.2 互信息量法确定时间延迟

互信息量法利用了信息论中的概念和表述形式, 即从某一时刻  $t$  的信息量与另一时刻  $t + \tau$  的

信息量之间的关系来进行分析。

设  $y(k)$ ,  $y(k + \tau)$  为时间序列中的两点, 则平均互信息量为

$$I(\tau) = \sum_{k=1}^N P[y(k), y(k + \tau)] \cdot \log_2 \left\{ \frac{P[y(k), y(k + \tau)]}{P[y(k)]P[y(k + \tau)]} \right\} \geq 0 \quad (12)$$

$I(\tau)$  是一非线性量, 它可以统计地表示两点相互关联的程度。取  $I(\tau)$  第一极小处的  $\tau$  值作为延迟时间的恰当值。因为对于这样的  $\tau$  值, 平均说来坐标  $y(k)$  与坐标  $y(k + \tau)$  既是相关性很小, 又不是完全独立的。

### 3 非线性特征量求法

#### 3.1 最大 Lyapunov 指数的计算

在 Lyapunov 指数谱中, 最小的 Lyapunov 指数, 决定轨道收缩的快慢; 最大的 Lyapunov 指数, 则决定轨道发散即覆盖整个吸引子的快慢。在决定系统性质的诸 Lyapunov 指数中, 最重要的是最大 Lyapunov 指数。最大 Lyapunov 指数是系统宏观、整体特性的表示, 可以反映出系统所处的状态是混沌的、随机的、有序的还是临界的, 对评价一个系统的稳定性具有实用价值。本文利用小数据量方法计算最大 Lyapunov 指数<sup>[9]</sup>。

相空间重构后计算每个相点  $Y(j)$  的最近状态点  $Y(j')$ , 并限制短暂分离, 即

$$d_j(0) = \min \|Y(j) - Y(j')\|, \|j - j'\| \geq P \quad (13)$$

其中  $P$  为检验序列的非周期循环的平均长度, 可由经典  $R/S$  或谱分析计算得到。

对每个相点  $Y(j)$ , 计算出相应邻点在  $i$  个离散时间步长后的距离

$$d_j(i) = \|Y(j + i) - Y(j' + i)\| \quad (14)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, \min(N - j, N - j')$ 。

对每个  $i$  计算出所有  $j$  对应的  $\ln d_j(i)$  的平均值  $y(i)$ , 即

$$y(i) = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \ln d_j(i) \quad (15)$$

其中  $q$  是非零  $d_j(i)$  的数目。

最后用最小二乘法估计  $y(i) - i$  的回归直线方程, 该直线的斜率就是系统的最大 Lyapunov 指数。

#### 3.2 关联维数的计算

关联维数是系统分形维数的一种, 表征系统的自相似性。一般认为, 当关联维比较小时, 表示

系统的复杂性较低; 而关联维数较大则表示系统中点与点之间关联程度较大, 系统更加紧密。系统的不同运动状态对应着不同的关联维数, 因此可用于分析系统状态的变化。常用的求关联维数的算法是 Grassberg 和 Procaccia 提出的从时间序列直接计算关联维数的 GP 算法。

相空间重构后, 从相空间  $N_m$  个点中任意选定一个参考点  $X_i$ , 计算其余  $N_m - 1$  个点到  $X_i$  的距离  $r_{ij}$ , 得到关联积分函数

$$C_m(r) = \frac{2}{N_m(N_m - 1)} \sum_i \sum_j \theta(r - r_{ij}) \quad (16)$$

其中  $i, j = 1, 2, \dots, N_m$ ;  $r$  为重构相空间中给定的超小球半径;  $\theta$  是 Heaviside 函数, 其定义为

$$\theta(r) = \begin{cases} 1 & r > r_{ij} \\ 0 & r \leq r_{ij} \end{cases}$$

如果  $r$  选得太大则任何一对矢量都发生“关联”, 即  $C_m(r) = 1$  这反映不出系统的内部性质; 如果  $r$  选得太小, 即  $C_m(r) = 0$ 。因此必须适当地选择  $r$  值使得在  $r$  的区间内有如下的幂律关系

$$C_m(r) \propto r^{D_2} \quad (17)$$

其中  $D_2$  为关联维数。

$$D_2(m) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C_m(r)}{\log(r)} \quad (18)$$

## 4 结果与讨论

#### 4.1 流场的仿真结果分析

参照文献[7]的实验条件, 楔形板上侧空气来流  $T = 600 \text{ K}$ ,  $V = 700 \text{ m/s}$ , 下侧空气来流  $T = 372 \text{ K}$ ,  $V = 434 \text{ m/s}$  在楔形板后缘两流体相遇。为使液滴能够稳定蒸发, 本文超声速入口的温度条件与 Goebel-Dutton 的实验不同。为便于观测混合层的掺混过程, 将上下两入口的不同温度和速度的空气分别定义为两种组分  $Y_1, Y_2$ 。如图 3(a)、图 3(b) 分别是单气相混合层和有液滴蒸发的两相流混合层中  $Y_1$  的质量分数图。从图中可以看到对于单气相流场, 混合层经过线性发展阶段以后在无量纲距离  $x = 0.2$  处开始卷成涡列, 这一阶段振幅按指数增长, 非线性影响逐渐增强, Helmholtz 波演变成周期性涡列。在  $x = 1.2$  处, 混合层进入涡脱落阶段, 这一阶段次谐波迅速增长, 脱落的涡开始了组对、合并的相互作用。通过对比 Goebel-Dutton 实验中混合层厚度, 本文对单气相混合层的仿真结果是可信的; 对于两相流场由于液滴蒸发作用对气相流场不断的加入质量源项, 这为混合层带来了新的扰动, 从图中明显可以

看出有液滴蒸发的流场其波系与振荡模式都比单相流场复杂得多, 其混合特性更优.

为详细分析液滴蒸发的两相流场, 图 4(a) 给出了该流场的气相涡量, 图 4(b) 则给出了流场中液滴的位置分布. 由于程序中考虑了楔形板上下两侧的边界层, 两边界层会在楔形板后缘失稳并对流场产生扰动, 而液滴蒸发作用会放大这种扰动, 所以在图 4(a) 中有两涡序列 A 和 B. 由于 A 靠近高温来流, 液滴蒸发速度快扰动强, 所以在入口处出现一些密集的小扰动涡对. 但随后由于计算网格由密变稀(如图 1) LES 数值粘性增加, 所以在这段流动中这种扰动现象被抹平, 这充分说明网格尺度对亚格子模型 LES 数值仿真精确程

度的重要性, 同时这也是本文计算需要改进的地方. 随着 A 与 B 中涡组合过程的进展, 两列涡体积增大, 在  $x = 2.2$  处发生碰撞, 开始了剧烈的掺混过程. 由于采用二维模拟的缘故, 混合层中涡结构的变化尚未出现涡破碎现象, 实际的湍流流动都是三维的, 除了展向涡外, 还存在流向涡结构, 这是本文需要继续研究的工作.

从液滴的在流场中的分布可以看出蒸发作用是明显存在的. 最初液滴质量大、惯性强, 在流场中基本上是惯性直线运动; 随着蒸发的进行液滴质量减小开始随着流体振动; 然后液滴质量非常小开始跟随流体运动, 并对流场示踪; 最后液滴蒸发完全, 从流场中消失.

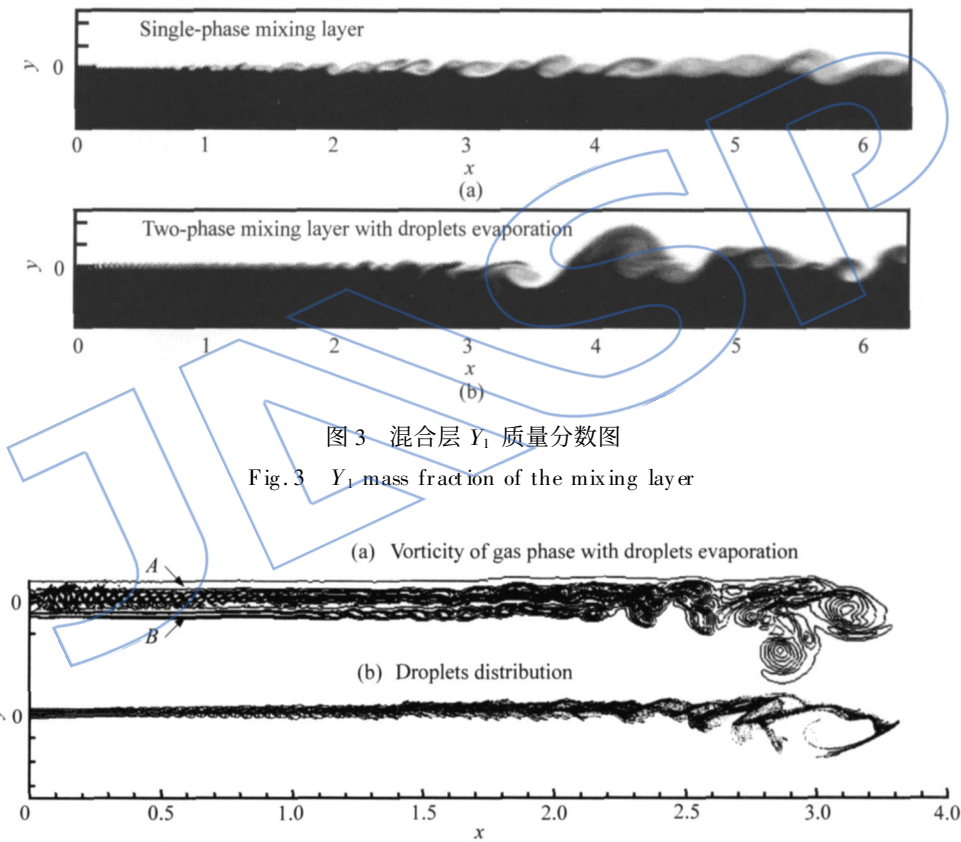


图 3 混合层  $Y_1$  质量分数图

Fig. 3  $Y_1$  mass fraction of the mixing layer

图 4 液滴蒸发过程中流场的发展情况

Fig. 4 Flow field development in the course of droplets evaporation

4.2 流动的频率分析

为研究超声速液滴两相流混合层内各种频率谐波的变化规律, 在图 4 所示的涡序列 A 及涡序列 B 的中心位置上, 即无量纲纵坐标为  $y = 0$  与  $y = 0.1$  处, 沿流向等间距各分布 60 个观测点, 记录相同时间段内的压力时间序列, 然后将该时间序列傅立叶变换成与频率相关的功率谱密度, 以

考察流动过程中谐波频率的变化规律. 图 5、图 6 给出流向无量纲横坐标  $x = 0.36$ ,  $x = 0.673$ ,  $x = 1.556$ ,  $x = 5.925$  四点的频率变化.

从图 5(a)、图 6(a) 中可以看到, 涡序列 A 初始的主要频率在 95 kHz 而涡序列 B 初始的主要频率在 40 kHz, 除主频率外还有一些频率更低的谐波存在, 这主要是液滴蒸发给流场带来的扰动.

图 5(b) 显示涡序列  $A$  中的谐波主频率已经减半, 表明涡序列  $A$  已经进入合并阶段; 图 6(b) 中涡序列  $B$  中的谐波主频率没有改变, 只是低频谐波比重增加, 表明蒸发对涡序列  $B$  的扰动增强,  $B$  中涡开始脱落. 图 5(c)、图 6(c) 中主频率都向低频方向移动, 这时两列涡都完全进入合并阶段, 并开始了挤压、碰撞等强烈的掺混作用. 图 5(d)、图 6(d) 中主频率已经很低, 表明涡的合并及相互掺混已经发展的较完全; 在 40 kHz 附近仍然有一些谐波存在, 可能是小部分未完全蒸发的液滴蒸发作用给流场带来的扰动.

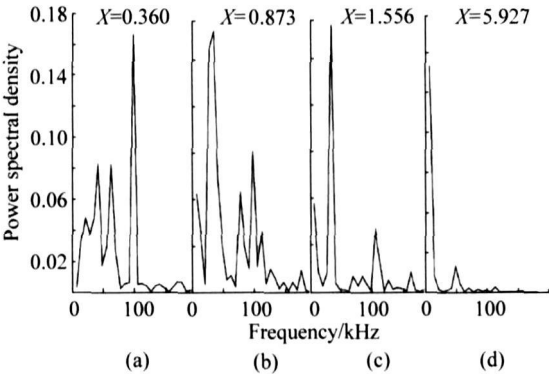


图 5 涡序列  $A$  内不同位置压力振荡频率分析  
Fig. 5 FFT of unsteady pressure for eddy sequence  $A$

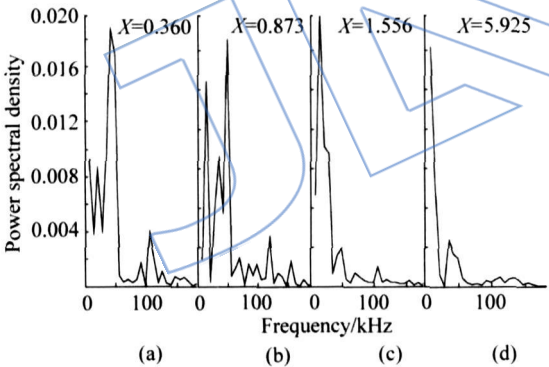


图 6 涡序列  $B$  内不同位置压力振荡频率分析  
Fig. 6 FFT of unsteady pressure for eddy sequence  $B$

综合图 5、图 6 可以看出涡合并过程中能量倍增导致谐波波长倍增、频率倍减, 这种压力振荡频率倍减, 周期倍增的现象与系统倍周期分叉过程类似, 是系统通向混沌运动的途径之一.

4.3 流场的非线性特征量分析

利用流场中计算得到的压力时间序列对流场系统进行相空间重构. 用伪邻近法确定重构相空间的嵌入维数, 如图 7, 在  $m=2$  以后投影空间伪邻近点百分数变为 0, 因此确定重构系统的嵌入维数为 2. 用互信息量法确定重构相空间的时间

延迟, 如图 8, 曲线第一个极小值点出现在  $\tau=9$  处, 因此用时间延迟法重构相空间时取延迟时间为 9.

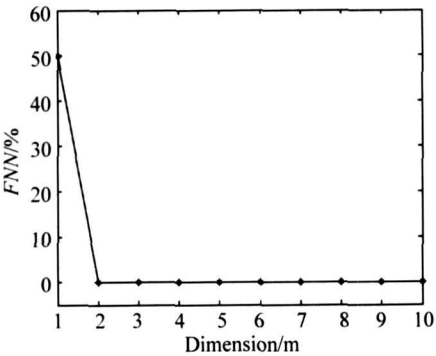


图 7 伪邻近点百分数随嵌入维数  $m$  的变化  
Fig. 7 Percent of false neighbors along with  $m$

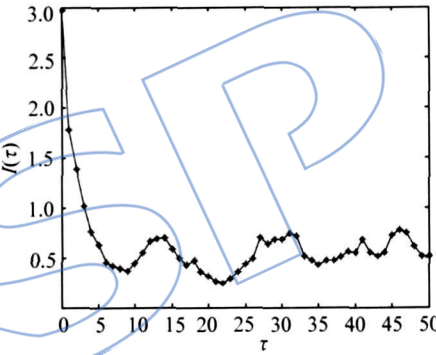


图 8 平均互信息量随时间延迟  $\tau$  的变化  
Fig. 8 Average mutual information along with  $\tau$

图 9 是计算得到的液滴蒸发流场中涡序列  $A$  与  $B$  中不同位置点上的最大 Lyapunov 指数. Lyapunov 指数定量的描述了相空间中相邻轨道呈指数发散的性质, 当 Lyapunov 指数小于 0 时, 表明相体积收缩, 运动稳定且对初值不敏感; 当 Lyapunov 指数等于 0 时, 对应临界状态, 即稳定的边界; 当 Lyapunov 指数大于 0 时, 表明相轨道发散, 长时间行为对初值非常敏感, 运动呈混沌状态. 从图 9 可以看出在涡结构中系统的最大 Lyapunov 指数均大于 0, 表明系统最终会发展成混沌运动. 在混合层线性发展与卷成涡列阶段(无量纲  $x < 1.2$ ), 系统最大 Lyapunov 指数接近 0, 表明在这一区域系统非线性特征没有成为系统的主要特征; 在  $x=2$  处最大 Lyapunov 指数开始迅速增长, 表明从此处开始系统的非线性耗散特性在空间上开始显著发展, 也是从此处起流场进入涡列剧烈碰撞、合并的阶段, 并且这是一个短暂而迅速的过程; 在  $x=3$  左右系统最大 Lyapunov 指数增长到 0.046, 其量级的增加表明系统已完全进

入混沌运动状态, 此时流场中存在剧烈的掺混作用, 对于微观的流动细节是不能预测的. 从图中还可看出, 涡序列  $B$  的最大 Lyapunov 指数增长较  $A$  稍有滞后, 可能是其蒸发作用较  $A$  弱, 由蒸发引起的系统不稳定也较弱的原因.

图 10 反映涡序列  $A$  与  $B$  中不同点的关联维数. 关联维数对于一个运动过程而言是一个态函数, 它能描述自相似结构的混沌吸引子特征. 图 10 的规律性没有图 9 明显, 但也有相应的发展趋势, 说明随着流动的发展, 系统的复杂程度不断增强, 且在到达混沌状态之后保持不变. 与最大 Lyapunov 指数一致关联维数也是在  $x=2$  处开始显著增加, 表明此处开始大涡在碰撞、合并与撕裂的过程中脱落的小涡增加, 涡的串级过程显著增强.

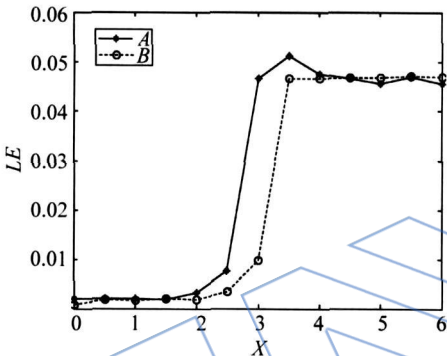


图 9 混合层不同位置最大 Lyapunov 指数  
Fig. 9 Maximum Lyapunov exponent of mixing layer

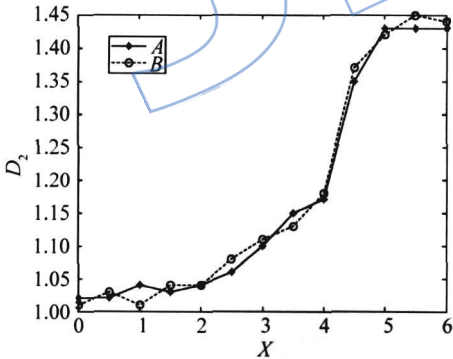


图 10 混合层不同位置关联维数  
Fig. 10 Correlation dimension of mixing layer

5 结 论

采用大涡模拟液滴两相流自由剪切层, 计算效率相对较高, 仿真的流场比较真实合理. 仿真结果表明液滴蒸发引起流动的不稳定性显著增加, 使混合层混合作用增强. 考察流场内不同点的压力频率变化发现流动的涡对并过程使流动振荡频率减半, 系统的倍周期分叉将导致流动的混沌状态. 对流场内点的压力时间序列进行相空间重构分析系统非线性特征表明: 流动发展的不同阶段与其系统的非线性特征值密切相关, 随着混合层的发展系统最终变为不可预测的混沌运动.

参考文献:

[ 1 ] Chang K S, Park S O. Hybrid RANS-LES simulations of deep cavity flow [ R ]. AIAA Paper 2004-53, 2004.

[ 2 ] Georgiadis N J, Alexander J I D, Reshotko E. Hybrid RANS-LES simulations of supersonic turbulent mixing [ J ]. AIAA Journal, 2003, 41(2): 218-229.

[ 3 ] Arunajatesan S, Sinha N. Unified unsteady RANS-LES simulations of cavity flowfields [ R ]. AIAA Paper 2001-0516, 2001.

[ 4 ] 孙明波, 梁剑寒, 王振国. 二维凹腔超声速流动的混合 RANS / LES 模拟 [ J ]. 推进技术, 2006, 27(2): 119-123. SUN Mingbo, LIANG Jianhan, WANG Zhenguo. Hybrid RANS/LES simulation of the supersonic flow over two-dimensional cavities [ J ]. Journal of Propulsion Technology, 2006, 27(2): 119-123. (in Chinese)

[ 5 ] Georgiadis N J, Alexander J I D, Reshotko E. Development of a hybrid RANS-LES method for compressible mixing layer simulation [ R ]. AIAA Paper 2001-0289, 2001.

[ 6 ] 周力行. 多相湍流反应流体力学 [ M ]. 北京: 国防工业出版社: 2002.

[ 7 ] Goebel S G, Dutton J C. An experimental study of turbulent compressible mixing layers [ J ]. AIAA Journal, 1991, 29(4): 538-546.

[ 8 ] Kennel M B, Brown R, Abarbanel H. Determining minimum embedding dimension using a geometrical construction [ J ]. Physical Reviews, A, 1992, 45: 3403-3411.

[ 9 ] Rosenstein M T, Collins J J, De Luca C J. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets [ J ]. Physical D., 1993, 65: 117-134.